Редукция матрицы по строкам

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | di |
| 1 | M | 30 | 36 | M | 15 | 15 |
| 2 | 15 | M | 30 | 53 | 69 | 15 |
| 3 | 17 | 45 | M | 86 | 64 | 17 |
| 4 | 32 | 43 | 60 | M | 45 | 32 |
| 5 | 78 | 81 | 52 | 28 | M | 28 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | M | 15 | 21 | M | 0 |
| 2 | 0 | M | 15 | 38 | 54 |
| 3 | 0 | 28 | M | 69 | 47 |
| 4 | 0 | 11 | 28 | M | 13 |
| 5 | 50 | 53 | 24 | 0 | M |

Редукция матрицы по столбцам

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | M | 15 | 21 | M | 0 |
| 2 | 0 | M | 15 | 38 | 54 |
| 3 | 0 | 28 | M | 69 | 47 |
| 4 | 0 | 11 | 28 | M | 13 |
| 5 | 50 | 53 | 24 | 0 | M |
| dj | 0 | 11 | 15 | 0 | 0 |

Получившаяся матрица:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | M | 4 | 6 | M | 0 |
| 2 | 0 | M | 0 | 38 | 54 |
| 3 | 0 | 17 | M | 69 | 47 |
| 4 | 0 | 0 | 13 | M | 13 |
| 5 | 50 | 42 | 9 | 0 | M |

H = 15+15+17+32+28+0+11+15+0+0 = 133   
Причём каждая строка и столбец входят в маршрут только один раз с элементом dij.

Вычисление штрафов невключения каждого отрезка в маршрут:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | di |
| 1 | M | 4 | 6 | M | 0(17) | 4 |
| 2 | 0(0) | M | 0(6) | 38 | 54 | 0 |
| 3 | 0(17) | 17 | M | 69 | 47 | 17 |
| 4 | 0(0) | 0(4) | 13 | M | 13 | 0 |
| 5 | 50 | 42 | 9 | 0(47) | M | 9 |
| dj | 0 | 4 | 6 | 38 | 13 | 0 |

Наибольшая сумма констант приведения равна (9 + 38) = 47 для ребра (5,4), следовательно, множество разбивается на два подмножества (5,4) и (5\*,4\*).  
Исключение ребра (5,4) проводится путём замены элемента d54 = 0 на M, после чего осуществляется приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (5\*,4\*):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | di |
| 1 | M | 4 | 6 | M | 0 | 0 |
| 2 | 0 | M | 0 | 38 | 54 | 0 |
| 3 | 0 | 17 | M | 69 | 47 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 13 | M | 13 | 0 |
| 5 | 50 | 42 | 9 | M | M | 9 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 38 | 0 | 47 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:  
H(5\*,4\*) = 133 + 47 = 180

В ячейку (4,5) вносится М для исключения образования негамильтонова цикла.  
В результате получается другую сокращенную матрицу (4 x 4), которая подлежит операции приведения.  
После приведения сокращённая матрица имеет следующий вид:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 5 | di |
| 1 | M | 4 | 6 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | M | 0 | 54 | 0 |
| 3 | 0 | 17 | M | 47 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 13 | M | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы равна нулю  
Нижняя граница подмножества (5,4) равна:  
H(5,4) = 133 + 0 = 133 ≤ 180  
Поскольку нижняя граница этого подмножества (5,4) меньше, чем подмножества (5\*,4\*), то ребро (5,4) включается в маршрут с новой границей H = 133  
Шаг №2.  
Определяется ребро ветвления.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 5 | di |
| 1 | M | 4 | 6 | 0(51) | 4 |
| 2 | 0(0) | M | 0(6) | 54 | 0 |
| 3 | 0(17) | 17 | M | 47 | 17 |
| 4 | 0(0) | 0(4) | 13 | M | 0 |
| dj | 0 | 4 | 6 | 47 | 0 |

d(1,5) = 4 + 47 = 51; d(2,1) = 0 + 0 = 0; d(2,3) = 0 + 6 = 6; d(3,1) = 17 + 0 = 17; d(4,1) = 0 + 0 = 0; d(4,2) = 0 + 4 = 4;  
Наибольшая сумма констант приведения равна (4 + 47) = 51 для ребра (1,5).  
Исключение ребра (1,5).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 5 | di |
| 1 | M | 4 | 6 | M | 4 |
| 2 | 0 | M | 0 | 54 | 0 |
| 3 | 0 | 17 | M | 47 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 13 | M | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 47 | 51 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:  
H(1\*,5\*) = 133 + 51 = 184  
Включение ребра (1,5) проводится путем исключения всех элементов 1-ой строки и 5-го столбца, в которой элемент d51 заменяется на М, для исключения образования негамильтонова цикла.  
В результате получается другую сокращенную матрицу (3 x 3), над которой необходимо провести операцию приведения  
После операции приведения сокращенная матрица имеет вид:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | di |
| 2 | 0 | M | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 17 | M | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 13 | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения сокращённой матрицы равна нулю   
Нижняя граница подмножества (1,5) равна:  
H(1,5) = 133 + 0 = 133 ≤ 184  
В ячейку (4,1) ставится М  
Поскольку нижняя граница этого подмножества (1,5) меньше, чем подмножества (1\*,5\*), то ребро (1,5) включается в маршрут с новой границей H = 133  
Шаг №3.  
Определяется ребро ветвления.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | di |
| 2 | 0(0) | M | 0(13) | 0 |
| 3 | 0(17) | 17 | M | 17 |
| 4 | M | 0(30) | 13 | 13 |
| dj | 0 | 17 | 13 | 0 |

d(2,1) = 0 + 0 = 0; d(2,3) = 0 + 13 = 13; d(3,1) = 17 + 0 = 17; d(4,2) = 13 + 17 = 30;  
Наибольшая сумма констант приведения равна (13 + 17) = 30 для ребра (4,2).  
Исключение ребра (4,2).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | di |
| 2 | 0 | M | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 17 | M | 0 |
| 4 | M | M | 13 | 13 |
| dj | 0 | 17 | 0 | 30 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:  
H(4\*,2\*) = 133 + 30 = 163  
Включение ребра (4,2) проводится путём исключения всех элементов 4-ой строки и 2-го столбца, в которой элемент (2,4) заменяется на М

В результате получается сокращённая матрица (2 x 2), которая подлежит операции приведения.  
После операции приведения сокращённая матрица имеет вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 3 | di |
| 2 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | M | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы равна нулю   
Нижняя граница подмножества (4,2) равна:  
H(4,2) = 133 + 0 = 133 ≤ 163  
Поскольку нижняя граница этого подмножества (4,2) меньше, чем подмножества (4\*,2\*), то ребро (4,2) включается в маршрут с новой границей H = 133  
В соответствии с этой матрицей маршрут включаются рёбра (2,3) и (3,1).  
В результате по дереву ветвлений гамильтонов цикл образуют рёбра:  
(5,4), (4,2), (2,3), (3,1), (1,5),  
Длина маршрута равна 133

